

MODELS MATEMÀTICS EN LINGÜÍSTICA. UNA APLICACIÓ

Acostumem a considerar dues grans branques en parlar de la investigació científica: les ciències empíriques i les ciències formals. Les primeres pretenen explorar, descriure i explicar els esdeveniments que tenen lloc en el nostre món a fi de poder fer prediccions sobre aquests esdeveniments. Els seus enunciats han de confrontar-se amb els fets de la nostra experiència i solament són acceptables si recolzen sobre una base empírica; aquest suport empíric ve donat de diferents maneres: experimentació, documents, monedes, proves psicològiques, etc., segons el camp de què es tracti. Com a fet fonamental assenyalem que aquesta dependència d'una base empírica és el que diferencia les ciències empíriques de les formals, com la lògica o la matemàtica, els enunciats de les quals es demostren sense fer referència a dades empíriques, a fets reals. La lingüística és una ciència empírica i el seu camp de referència són les llengües concretes i el llenguatge en general.

Podem afirmar que les disciplines empíriques han assolit la categoria de ciències empíriques teòriques tan sols en el transcurs dels darrers segles, i algunes d'elles en els darrers anys. L'element més important en aquest procés de conversió en ciència empírica teòrica és el de trobar un llenguatge adequat per explorar, descriure, explicar i, sobretot, fer prediccions en un camp determinat. És evident que aquest llenguatge ha de reunir les característiques

següents: 1) ésser conseqüent en el pla lògic, 2) ésser unívoc i 3) ésser totalment explícit. Ara bé, el llenguatge que conté en grau més alt aquestes característiques és un llenguatge formal.

Hom pot preguntar-se què representa per a la metodologia de la ciència en general, i per a la metodologia de la investigació lingüística en particular, l'ús d'un llenguatge formal. Primer: *precisió*; amb el llenguatge formal podem assolir una claredat i una precisió en les nostres descripcions i explicacions que és pràcticament impossible amb altres mètodes. Segon: el mètode de formalització *ajuda la intuïció* en qualsevol camp on s'apliqui; de fet aquest ajut és tan gran que molts pensen que és l'argument suprem en pro dels llenguatges formalitzats, ja que tothom està d'acord en el fet que, a nivell de coneixement, s'arriba a un punt en el qual la intuïció no pot abordar, sense ajut, els problemes i situacions que es presenten; si confiem, aleshores, solament en la intuïció som conduïts a contradiccions. Tercer: *potència deductiva*; amb el llenguatge ordinari resulta difícil de portar a terme deduccions ben elaborades i formular relacions complexes o bé esbrinar si una proposició es deriva d'uns pressupòsits determinats; la formalització és el mitjà més eficaç de deduir conseqüències de les proposicions que suposem, ja que redueix al mínim el risc d'error.

En parlar de *sistema formal*, cal diferenciar entre un *càlcul*, o sistema formal sintàctic, i un *càlcul interpretat*, o sistema formal semàntic. Aquest segon consta: *a)* d'un càlcul; *b)* d'un domini d'objectes; i *c)* d'unes regles de designació. Per model matemàtic s'entén, sovint, un càlcul; en pot ésser un exemple, dintre de la teoria de conjunts, la teoria de relacions d'equivalència, que conté — suposem determinat el llenguatge de la teoria i presentades nocions prèvies com la de conjunt — els axiomes següents:

$$\text{A-3 } \forall x \forall y \forall z (x R y \wedge y R z \rightarrow x R z)$$

$$\text{A-2 } \forall x \forall y (x R y \rightarrow y R x)$$

$$\text{A-3 } \forall x \forall y \forall z (x R y \wedge y R z \rightarrow x R z)$$

Aquest sistema pot tenir una infinitat d'interpretacions segons el camp d'objectes a què ho apliquem, i dintre d'aquestes en tindrem d'aritmètiques — congruències —, de geomètriques — paral·

lisme —, de físiques — equipollència de forces —, de lingüístiques — equivalència de sons o de mots —... Nosaltres ens cenyirem, ara, a aquestes darreres interpretacions esmentades.

Insistim que el que concedeix tota la importància a l'ús de models és el fet, deduïble del que dèiem abans, que, una vegada centrats en un model i vist que els axiomes poden ésser interpretats en la realitat concreta en què ens trobem, podrem interpretar també segons la nostra realitat tots els enunciats que es dedueixin tan sols aplicant les regles de derivació que ens forneix la lògica. És a dir que a cada teorema de la teoria correspondrà un enunciat amb un contingut empíric resultant d'interpretar, segons les regles de designació donades, els enunciats formals. Amb enunciats empírics se'ns fa molt treballós i difícil de realitzar deduccions; en canvi és fàcil de fer-ne a nivell formal i després interpretar les conclusions. Això ens permet tant de donar definicions precises com de conseguir de manera rigorosa un raonament.

Presentem, ara, una aplicació del que acabem de dir, perquè així puguem donar d'una manera precisa una definició de fonema dintre de l'univers fònic del vocalisme tònic català. En el que anem a fer hi ha implícita la definició de fonema que proposà l'escola de Praga, la qual cosa fa veure de manera clara que per aplicar el rigor de la matemàtica cal, sempre, el primer pas d'una definició o d'una estructura que superi el caràcter intuïtiu dels primers coneixements sobre les coses; la llarga tradició del tractament del so, que culmina amb els treballs de l'escola de Praga, ens forneix aquest primer coneixement científic.

Donem, per començar, l'univers de referència que, en el nostre cas, serà el conjunt, infinit, de sons possibles del vocalisme tònic català. Els presentem sota la forma del conjunt

$$U = \{ \dots iij \dots \text{ee}\text{e} \dots a \dots \text{oo}\text{o} \dots u \dots \}$$

Entre els elements d'aquest conjunt establim una *relació* R que definirem de la manera següent:

Dos elements qualssevol

$$x_1, x_2 \in U$$

són equivalents si i solament si la significació que pren l'expressió

$$B_1x_1B_2$$

coincideix amb la de l'expressió

$$B_1x_2B_2$$

és a dir, concretament i de manera precisa, que

$$x_1 R x_2 \leftrightarrow \text{signif } [B_1x_1B_2] = \text{signif } [B_1x_2B_2]$$

on B_1 i B_2 són expressions sobre l'alfabet — en sentit tècnic — català i en general expressions que pertanyen a un llenguatge L sobre un alfabet A . Aquestes expressions formen un context de x_1 . Evidentment, és condició necessària que $B_1x_1B_2$ i $B_1x_2B_2$ pertanyin a la llengua, és a dir, que siguin expressions significatives. Així, per exemple, en la nostra llengua pot ésser

$$B_1 = /s/$$

$$B_2 = /k/$$

i aleshores tindrem

$$B_1x_1B_2 = /sak/$$

$$B_1x_2B_2 = /sek/$$

si x_1 i x_2 es realitzen com a $[a]$ i $[e]$ respectivament. La realització d'un element de U , x , en el context B_1B_2 presenta una infinitat de possibilitats, ja que podem considerar com a hipòtesi que existeix pràcticament un continu en la línia, hipotètica, que va de la i més tancada fins a la u també més tancada.

La relació que hem definit entre aquests elements és d'equivalència. En efecte:

1) és reflexiva: $x R x$

ja que la substitució, en un context determinat, d'un so vocàlic, tònic, per un de coincident amb aquest, no fa canviar el significat de l'expressió que l'inclou;

2) és simètrica: $x R y \rightarrow y R x$

és a dir, si en substituir el so x pel so y no hi ha canvi de significat, aleshores tampoc no n'hi haurà en el cas invers, la qual cosa, en el nostre exemple, és evident;

3) és transitiva: $x R y \wedge y R z \rightarrow x R z$

és a dir, cosa que es verifica en el nostre cas, que si substituïm x per y i sense que hi hagi canvi de significat, i passa el mateix quan la substitució és entre y i z , aleshores tampoc no hi ha canvi si la substitució és entre x i z .

Tota relació que és alhora reflexiva, simètrica i transitiva, és, per definició, una relació d'equivalència. Per tant, amb el raonament que acabem de fer, hem demostrat que entre els elements de U es pot establir una relació d'equivalència.

Ara: és fonamental el que hem dit abans sobre els models matemàtics, que quan podem incloure uns fets determinats, o un camp de la realitat empírica, sota l'abast d'una teoria matemàtica, restaran també sota l'efecte dels enunciats i teoremes que es dedueixin de la teoria. Així, fixem-nos en el teorema que diu que tota relació d'equivalència definida en un conjunt condueix a la definició del conjunt de les classes d'equivalència mòdul de la relació d'equivalència: un conjunt C i una relació d'equivalència R defineixen el conjunt, que és una partició, següent:

$$C/R$$

Si el conjunt donat és el U donat, la partició, és a dir, aquell conjunt de classes que tenen com a propietat els fets que la reunió de totes les classes cobreix U i que la intersecció de dues qualssevol d'elles és buida,

$$1) \bigcup_{i=1}^n P_i = U$$

$$2) P_i \cap P_j = \emptyset \quad \forall i, j \in \{1, \dots, n\}$$

serà el conjunt dels fonemes. El conjunt de les classes mòdul de la relació d'equivalència que hem definit és:

$$U/R = \{/i/, /e/, /e/, /a/, /o/, /o/, /u/\}$$

Un representant de cada una de les classes apareix a l'exemple:

/sik/
 /se̞k/
 /se̞k/
 /sak/
 /sɔk/
 /sɔk/
 /suk/

Cada una de les classes té una infinitat de realitzacions possibles, de la mateixa manera que el número 2 té una infinitat de realitzacions en l'experiència concreta com a representant de la classe a la qual pertanyen; un parell de taronges, una parella de monges, de gols o de guàrdies civils. El 2 és una entitat abstracta que no existeix a la natura, on tan sols hi ha representants del dos. Amb la noció de fonema passa el mateix: el fonema és una entitat abstracta i a la natura hi ha els seus representants, els sons. El fonema és el representant canònic de la classe com el dos és el representant canònic de la classe de les parelles.

Cal afegir que cada llengua organitzarà els seus sistemes segons la relació que hem presentat. El català parteix aquest univers fònic en set classes, cada una de les quals és un fonema, mentre que el castellà, per exemple, ho fa en cinc.

A manera de resum, diguem que unes conseqüències que com a teorema es deriven de la teoria matemàtica en què hem pogut englobar la zona de la realitat concreta que presentàvem, ens han permès de donar una interpretació eficaç i d'assolir alhora un nivell de precisió, i per tant de coneixement, tant de la presentació d'un subsistema fonològic com de l'estatut epistemològic del fonema.

SEBASTIÀ SERRANO